

W poprzednim przykładzie mp.

2

$$I = \int_0^{1/2} \frac{dx}{1+x} + \int_{1/2}^1 \frac{dx}{1+x}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{1 + 2/3}{2} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{2/3 + 1/2}{2} \right] = \frac{17}{24} = 0,7083$$

Błąd $I - T_2 = -0,0152$ (około 4 razy mniejszy)

Ogólnie (zakładamy równe odcinki).

Niech
$$h = \frac{b-a}{n}$$

wtedy końce odcinków są:

$$x_j = a + jh; \quad j=0, 1, 2, \dots, n$$

Mamy więc

$$\begin{aligned} I &= \int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_n} f(x) dx \\ &= \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \end{aligned}$$

Podstawiając za każdy składnik mamy

$$\begin{aligned} I(f) = T_n(x) &= h \left[\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} \right] + h \left[\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} \right] \\ &+ \dots + h \left[\frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \right] \quad \text{i po zgrupowanie} \\ &= h \left[\frac{1}{2} f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1}) + \frac{1}{2} f(x_n) \right] \end{aligned}$$