

## Błąd w metodzie Simpsona

$$E_n^S(f) = I(f) - S_n(f) = -\frac{h^4(b-a)}{180} f^{(4)}(c_n)$$

$$h = \frac{b-a}{n}$$

formuła asymptotyczna:

$$\tilde{E}_n^S(f) = -\frac{h^4}{180} [f'''(b) - f'''(a)]$$

Przykład:  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$

$$f^{(3)}(x) = \frac{-6}{(1+x)^4}, \quad f^{(4)}(x) = \frac{24}{(1+x)^5}$$

$$E_n^S(f) = -\frac{h^4}{180} f^{(4)}(c_n) \quad - c_n \text{ nie znane}$$

ograniczone przez  $\max$

$$|E_n^S(f)| \leq \frac{h^4}{180} (24) = \frac{2h^4}{15}$$

Asymptotyczna estymata

$$\tilde{E}_n^S(f) = \frac{-h^4}{180} \left[ \frac{-6}{(1+1)^4} - \frac{-6}{(1+0)^4} \right] = -\frac{h^4}{32}$$

Podobnie korekcja

$$CS_n(f) = S_n(f) - \frac{h^4}{180} (f'''(b) - f'''(a))$$