Estymata błędu - met. trapezowa

Niech $a = \alpha$, $b = \alpha + h$ (pojedynczy odcinek)

$$\int_{\alpha}^{\alpha+h} f(x)dx - h\left[\frac{f(\alpha)+f(\alpha+h)}{2}\right] = -\frac{h^3}{12}f''(c)$$

Nie znamy "c".

Sumujemy po wszystkich odcinkach

$$E_n^T(f) = \int_a^b f(x)dx - T_n(f) = \int_{x_0}^{x_n} f(x)dx - T_n(f)$$

$$= \int_{x_0}^{x_1} f(x)dx - h\left[\frac{f(x_0)+f(x_1)}{2}\right] + \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx - h\left[\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}\right]$$

$$+ \cdots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)dx - h\left[\frac{f(x_{n-1})+f(x_n)}{2}\right]$$

aby otrzymać:

$$E_n^T(f) = -\frac{h^3}{12}f''(\gamma_1) - \frac{h^3}{12}f''(\gamma_2) - \cdots - \frac{h^3}{12}f''(\gamma_n)$$

gdzie $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$ należą do podpodcinków

$[x_0, x_1], [x_1, x_2], \ldots, [x_{n-1}, x_n]$.

$E_n^T(f)$ można przepisać jako

$$E_n^T(f) = -\frac{h^2}{12}[hf''(\gamma_1) + \cdots + hf''(\gamma_n)]$$