

$$\underline{n=2} \quad \int_{-1}^1 f(x) dx = w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2)$$

Aby obliczyć w_i, x_i korzystamy z wielomianów

$$f(x) = 1, x, x^2, x^3$$

co prowadzi do równań

$$2 = w_1 + w_2$$

$$0 = w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\frac{2}{3} = w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2$$

$$0 = w_1 x_1^3 + w_2 x_2^3$$

Rozwiązania są: $w_1 = w_2 = 1, x_{1,2} = \pm \sqrt{3}/3$

Wiec

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \doteq f\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \equiv I_2(f)$$

Przykład:

$$I = \int_{-1}^1 e^x dx = e - e^{-1} \doteq 2.3504024$$

$$I_2 = e^{-\sqrt{3}/3} + e^{\sqrt{3}/3} = 2.3426961$$

$$I - I_2 \doteq 0.00771$$