Błąd całkowania - met. trapezowa

$$E_n^T(f) \equiv I(f) - T_n(f) = -\frac{1}{12} h^2 (b-a) f''(c_n)$$

(funkcja ciągła i różniczkowalna 2 razy).

$c_n \in [a,b]$ — nieznane, wiemy tylko, że istnieje

Przykład

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x} = \log 2$$

$$f''(x) = \left(\frac{1}{1+x}\right)'' = \frac{2}{(1+x)^3} \qquad \left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$$

Czyli $\left(\frac{1}{1+x}\right)' = \frac{0(1+x) - 1\cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{-1}{(1+x)^2}$

$$\left(\frac{1}{1+x}\right)'' = \left[\frac{-1}{(1+x)^2}\right]' = \frac{2}{(1+x)^3}$$

Oszacujemy $\max f(x)$ dla $x \in [0,1]$

$$\max_{0 \leq x \leq 1} \frac{2}{(1+x)^3} = 2$$

Więc

$$\sup |E_n^T(f)| \approx \frac{h^2}{12} \cdot 2 = \frac{h^2}{6}$$

$|E_1^T(f)| \leq 0.168 \left(\frac{1}{6}\right)$ $\qquad |E_2^T(f)| = \frac{(1/2)^2}{6} = 0.0417$

(2 do 3 razy większe niż prawdziwe)